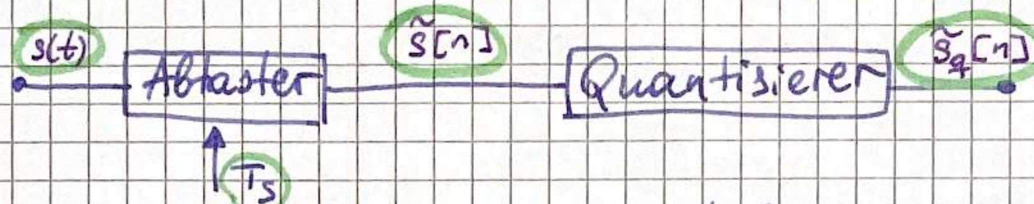
# Abtastung u. Aliasing





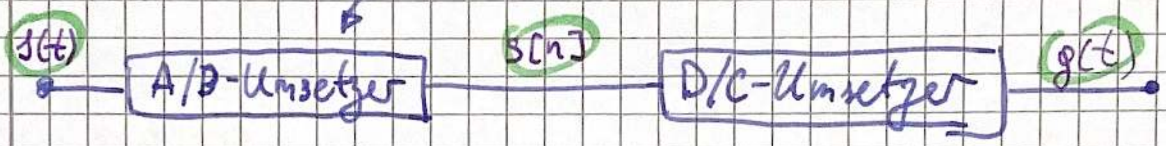

Zeit diskretisiert

Amplitude diskretisiert

$\boxed{\tilde{s}[n] = s(n \cdot T_s) = s\left(\frac{n}{r}\right)}$

$T_s$: Abtastintervall

$r$: Abtastrate




| | |
|---|---|
| kontinuierlich | $s(t) = A \cdot \cos(\underline{\omega} t + \varphi)$ |
| zeitdiskret | $s[n] = A \cdot \cos(\underline{\omega} n T_s + \varphi) = A \cdot \cos(\underline{\hat{\omega}} n + \varphi)$ |
| kontinuierlich | $g(t) = A \cdot \cos(\underline{\omega_{neu}}\, t + \varphi)$ |

normierte Kreisfrequenz $\boxed{\hat{\omega} = \omega \cdot T_s = \frac{\omega}{r} = 2\pi \frac{T_s}{T}}$

- wir betrachten die tiefste $\boxed{-\pi < \hat{\omega}_0 < \pi}$

$\hat{\omega}_0$ = Hauptaliasfrequenz (Basisband)

- andere: $\boxed{\hat{\omega} = \hat{\omega}_0 + 2\pi k}$ $\boxed{\hat{\omega} = 2\pi k - \hat{\omega}_0}$ $k \in \mathbb{Z}$

Abtasttheorem nach Shannon

Fehlerfreie Rekonstruktion möglich, wenn

$\boxed{r > 2 \cdot f_{max}}$ → sonst Aliasing

# Abtastung und Rekonstruktion

① Abtasttheorem erfüllt?

$$\boxed{r > 2 f_{max} \quad \left(= \frac{\omega_{max}}{2\pi}\right)}$$

② Normierte (abgetastete) Kreisfreq. bestimmen

$$\boxed{\hat{\omega} = \omega \cdot T_s = \frac{\omega}{r}}$$

③ Hauptaliasfreq. bestimmen

- $-\pi < \hat{\omega} < \pi$ $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{\omega}_0 = \hat{\omega}}$
- $\pi < \hat{\omega} < 2\pi$ $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{\omega}_0 = 2\pi k - \hat{\omega}}$ ! Folding → Phasenumkehr
- $2\pi < \hat{\omega} < 3\pi$ $\Rightarrow$ $\boxed{\hat{\omega}_0 = \hat{\omega} - 2\pi k}$
- $\hat{\omega} = 2\pi k$ $\Rightarrow$ Gleichanteil

④ Rekonstruktion

$$\boxed{\omega_{neu} = \hat{\omega}_0 \cdot r = \frac{\hat{\omega}_0}{T_s}}$$

Mehrere Frequenzen aus dem Ursprungssignal fallen nun zusammen?

→ Zusammenfassung durch Phasoraddition